



SINGULARIDADE ISOLADA E CODIMENSÃO FINITA

Sávio José Ferreira De Souza¹
Joserlan Perote Da Silva²

RESUMO

Em primeira a análise, o projeto em questão tratado no trabalho está em conclusão, esse no período de 01/09/2024 a 30/09/2025, esse tal busca introduzir o aluno ao estudo da Teoria das singularidades. A esta teoria é vista a primeira vez durante o curso de cálculo, nesse ambiente é de interesse estudar funções reais e seus pontos críticos, pontos esses onde a primeira derivada se anula. Nesse sentido, as aplicações de tal teoria são bastantes abrangentes, podendo estar presentes em áreas como física e engenharia. A teoria estuda no projeto trabalha com aplicações $f: U \rightarrow \mathbb{R}^n$, U sendo um aberto de $\mathbb{R}^n$ e f sendo de classe C^∞ . O trabalho teve como objetivo introduzir o estudante à teoria das singularidades e aplicações diferenciais, estudando formas normais locais e aplicações do plano no plano, além de fornecer técnicas matemáticas fundamentais relacionadas à topologia, álgebra linear e análise real. A principal metodologia utilizada foi uma revisão bibliográfica através de artigos e livros indicados pelo orientador. Além disso, orientações semanais para tratar de dúvidas e pontos importantes presente no artigo principal da pesquisa. Por outro ângulo, os pontos críticos de uma função, são expressos pelo conjunto de pontos x com esses pertencendo a $\mathbb{R}^n$, nos quais o posto da matriz da função $f(x)$ é o mínimo entre n e p , da aplicação $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$. Por esse viés, um germe é um conjunto de relações de classes de equivalência de aplicações de $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$. Nesse sentido, um dos resultados alcançados é o que trata de germes em um espaço $\mathcal{E}_n$, com esse sendo um conjunto de aplicações de classe C^∞ , o resultado diz que dado um germe nesse espaço com codimensão finita positiva, então a função tem singularidade isolada na origem, uma observação pertinente a se fazer é que a recíproca não é verdade, é possível encontra um contraexemplo em que função tem ponto singular isolado, mas não tem codimensão finita. Um exemplo direto seria o da função $f(x,y) = (x^2 + y^2)^2$, essa tem singularidade isolada mas não tem codimensão finita. Por esse ângulo, a demonstração de tal resultado se dá através dos estudos das suas derivadas parciais e levando em conta onde essas se anulam. Esse tal resultado é uma das partes componentes em tal trabalho. Conclui-se com o projeto embora ainda esteja em conclusão que a teoria das singularidades é um campo bastante abrangente, com inúmeras aplicações e ramificações. Além disso, o estudo contribuiu concomitantemente com o desenvolvimento do aluno, apresentando-o não só uma área matemática, mas também recursos extras que auxiliam durante a graduação. Por fim, agradeço à Unilab pelo financiamento da pesquisa intitulada: Singularidades de aplicações diferenciáveis: classificação de singularidades e invariantes associados a uma singularidade, executada entre 01/09/2024 e 30/09/2025, por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) e Tecnológica (Pibiti), da Unilab.

Gibson, C. G. Singular Points of Smooth Mappings, Pitman, 1979.

SAIA, Marcelo José. Uma introdução à teoria de singularidades. São Carlos: ICMC-USP. Disponível em: https://repositorio.usp.br/directbitstream/dee646c2-9562-4c0d-b0c5-98dc3efe9f37/nd_79.pdf. Acesso em: 05 set. 2025, 2011.

Palavras-chave: Singularidades; Isolado; Germes; Aplicação.

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB), Ceará, Discente, savio.aluno@hotmail.com¹
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab), Ceará, Docente, joserlanperote@unilab.edu.br²