



FÓRMULA INTEGRAL DE CAUCHY, ESTIMATIVAS DE CAUCHY E O TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA

Elenitha De Sousa Felix¹
João Francisco Da Silva Filho²

RESUMO

O presente trabalho é fruto de um projeto de pesquisa desenvolvido na Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab) e versa sobre funções complexas holomorfas com ênfase na Fórmula integral de Cauchy, bem como sua aplicação na obtenção das estimativas de Cauchy e na demonstração do Teorema Fundamental da Álgebra. Devemos lembrar que funções complexas holomorfas são funções complexas em uma variável complexa definidas em subconjuntos abertos do plano complexo e que possuem derivada complexa em todos os pontos pertencentes ao seu domínio. Essas funções podem ser caracterizadas através das condições de Cauchy- Riemann e estão diretamente relacionadas às aplicações conformes, pois preservam ângulo nos pontos do domínio nos quais sua derivada não se anula. Destacamos ainda as relações das funções complexas holomorfas com as funções reais harmônicas de duas variáveis, com as superfícies mínimas e com os campos de vetores conformes (ou simplesmente, campos conformes). Por outro lado, a Fórmula integral de Cauchy é um dos resultados centrais da Análise Complexa, nomeada em homenagem ao matemático francês Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), que deu relevantes contribuições para a Análise Complexa. Convém ressaltar que, partindo da Fórmula integral de Cauchy é possível obter uma versão generalizada dessa identidade, chamada Fórmula integral de Cauchy para derivadas, que nos permite, entre outras coisas, provar a analiticidade de funções complexas holomorfas. Nesse contexto, o principal objetivo desse trabalho é explorar a Fórmula integral de Cauchy, aprofundando seu estudo através de generalizações e aplicações. Nessa perspectiva, nossa metodologia de pesquisa fundamentou-se numa revisão bibliográfica minuciosa, baseada em livros clássicos e alguns artigos sobre Análise Complexa, contando ainda com o constante acompanhamento do orientador, através de reuniões semanais. Em decorrência disso, foi possível estudar e compreender a Fórmula integral de Cauchy, sua demonstração e sua importância dentro da Análise Complexa, bem como aprofundar seu estudo, através das generalizações dadas pela Fórmula integral de Cauchy para derivadas e algumas de suas aplicações mais conhecidas, com destaque para as estimativas de Cauchy e o Teorema fundamental da Álgebra, que fornecem informações bastante relevantes sobre as funções complexas holomorfas e polinômios com coeficientes complexos em uma incógnita, respectivamente. Ressaltamos ainda que tais aplicações permitiram deduzir outros resultados conhecidos, tais como o Teorema de Liouville, que é uma consequência das estimativas de Cauchy. Finalmente, agradeço à Unilab pelo financiamento da pesquisa intitulada Fórmula Integral de Cauchy e Aplicações, executada entre 01 de setembro de 2024 e 31 de agosto de 2025, por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) e Tecnológica (Pibiti), da Unilab.

REFERÊNCIAS

LINS NETO, A. Funções de uma Variável Complexa. 2. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.
SOARES, M. G. Cálculo em uma Variável Complexa. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2014.

Palavras-chave: Funções complexas; Funções holomorfas; Fórmula integral de Cauchy.

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira - UNILAB, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza - ICEN, Discente, elenithasousa@gmail.com¹

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira - UNILAB, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza - ICEN, Docente, joaofilho@unilab.edu.br²