



RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS COM O USO DE LIMITE E DERIVADA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Maria Grasielle Silva De Lima¹

Kelma Gomes De Melo²

Joserlan Perote Da Silva³

RESUMO

A pesquisa em questão aborda como alunos da educação básica podem aprimorar seus estudos e a compreensão de temas matemáticos do ensino médio realizando um comparativos com estudos aprendidos nas vertentes tradicionais da educação básica e o estudo da introdução de limites e derivadas. Reconhece-se a importância de oferecer diferentes abordagens para a resolução de problemas, e a inserção do cálculo no aprendizado dos estudantes contribui não apenas para a resolução de questões em conteúdos como por exemplo função quadrática, progressão geométrica e em física, no estudo de grandezas como velocidade e aceleração, mas também oferece uma nova perspectiva para um estudo que, muitas vezes, parece distante da realidade, especialmente para alunos que almejam ingressar em cursos da área de exatas. Assim, por meio de pesquisas e estudos, foi possível utilizar técnicas de derivação para resolver problemas que, embora possam ser abordados por outros métodos, revelam-se instigantes quando analisados sob a ótica do cálculo.

Palavras-chave: Educação matemática; Cálculo diferencial; Derivadas limites.

E.E.M.T.I DOUTOR BRUNILLO JACÓ, CREDE 8, Discente, grasimariaebj@gmail.com¹

SEDUC, CREDE 8, Docente, kelmagm@gmail.com²

UNILAB, ICEN, Docente, joserlanperote@unilab.edu.br³

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo analisar a introdução do conceito do estudo do cálculo no ensino médio, a saber o estudo da introdução ao limite e derivada, com ênfase em seu potencial para facilitar e agilizar a resolução de problemas matemáticos pelos alunos. No contexto educacional atual, a matemática é uma disciplina fundamental, não apenas por seu valor intrínseco, mas também por sua aplicação em diversas áreas do conhecimento, como ciências exatas, engenharia e economia. Entretanto, muitos alunos enfrentam dificuldades em compreender conceitos abstratos, o que pode prejudicar seu desempenho acadêmico e sua motivação para aprender.

Dessa forma, a abordagem proposta neste estudo inicia-se com o exame detalhado das funções de primeiro e segundo grau e progressão geométrica que servem como base para a compreensão dos conceitos mais avançados. Em seguida, a introdução do conceito de limite é fundamental para a transição para a derivada, já que a noção de variação é central para o entendimento desse novo conceito. A culminação desse percurso teórico na aplicação da derivada permite aos alunos não apenas calcular taxas de variação, mas também resolver problemas complexos que com uso do estudo do cálculo podem ficar mais simples.

Este percurso teórico busca evidenciar a importância do estudo do cálculo no ensino médio, sublinhando seu papel não apenas como uma ferramenta de resolução de problemas, mas também como um recurso didático que pode aprimorar o raciocínio matemático dos alunos. Dessa forma, o trabalho ressalta a necessidade de uma abordagem pedagógica que integre conceitos fundamentais como a derivada, visando otimizar os processos de aprendizagem e promover um entendimento mais profundo da matemática.

METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho teve como objetivo demonstrar a eficiência da utilização da derivada para determinar os vértices de funções do segundo grau e na progressão geométrica, ressaltando a importância de sua inclusão no ensino médio. Primeiramente, foi realizada uma revisão teórica acerca do conceito de limite, derivada e função quadrática, com o uso do livro IEZZI (2013), proporcionando uma compreensão aprofundada de suas aplicações práticas. Em seguida, foram selecionados exercícios sobre as funções comumente abordadas no ensino médio, nas quais o método da derivada foi aplicado para identificar o ponto crítico da função, bem como aplicamos derivada na mecânica para facilitar cálculos que normalmente é repassado apenas com aplicação de fórmula. Podemos analisar também o estudo do cálculo nas sequências mais especificamente na soma de progressão geométrica. Algumas exemplificações serão abordadas a seguir:

No método comum para se calcular o ponto máximo ou mínimo de uma função, usa-se as fórmulas

$$X_v = -b/2.a \text{ e } Y_v = -\Delta/4.a$$

Utilizando um exemplo de uma função do segundo grau e realizando a derivada temos:

$$f(x) = 3x^2 + 4x$$

$$f'(x) = 6x + 4$$

Ponto crítico de uma função f é um ponto $x=c$ do domínio de f no qual $f'(c) = 0$. Logo analisando a derivada da função f vemos que $-4/6$ é o ponto crítico pois:



$$f'(x) = 6 \cdot -4/6 + 4 = 0$$

Após a derivação da função e a obtenção do valor do ponto crítico onde este é o ponto de mínimo da função f , podemos substituir $-4/6$ na função original para calcular o valor de Y_v , que corresponde à ordenada do vértice, assim:

$$f(x) = 3x^2 + 4x$$

$$f(x) = 3(-4/6)^2 + 4 \cdot (-4/6)$$

$$f(x) = 3 \cdot 16/36 - 16/6$$

$$f(x) = 16/12 - 16/6$$

$$f(x) = 8/6 - 16/6 = -8/6$$

Mostrando assim que com o uso da aplicação do cálculo de forma simples encontra-se os vértices sem o uso da fórmula comumente utilizada.

Essa abordagem demonstrou maior eficiência e rapidez em comparação aos métodos tradicionais utilizados no ensino médio, que empregam fórmulas específicas para o cálculo do vértice, em funções quadráticas. Por fim, os resultados obtidos por meio do método da derivada foram comparados com aqueles obtidos pelo método tradicional, confirmando sua equivalência.

Além de suas aplicações em matemática, a derivada também desempenha um papel fundamental na física, particularmente na mecânica, no estudo de grandezas como velocidade e aceleração. A derivada permite compreender como o espaço se relaciona com a velocidade, e como a velocidade, por sua vez, deriva da aceleração. Analisaremos o exemplo a seguir para reforçar as análises feitas:

Uma partícula se desloca em linha reta, de tal forma que sua distância a origem é dada em função do tempo, pela função:

$$S(t) = 4t + 6t^2$$

a) Calcule a velocidade em unidade SI no instante $t = 1s$

$$S'(t) = 4 + 12t$$

Para $t = 1$ temos que a velocidade é $4 + 12 = 16$

b) Calcule a aceleração em unidade SI da partícula

$$S''(t) = 12$$



Essas aplicações práticas reforçam a importância da introdução do conceito de derivada no ensino médio, não apenas como uma ferramenta de cálculo para funções matemáticas, mas também como um recurso indispensável para o estudo das leis da física e para o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda das relações entre as grandezas.

Dessa forma, a análise realizada reforça a relevância da derivada como um conceito central, que promove o aprimoramento do raciocínio analítico dos alunos, otimiza a resolução de problemas matemáticos e físicos e oferece uma base sólida para o estudo de disciplinas mais avançadas, como a física e a engenharia.

Uma outra exemplificação prática do cálculo na educação básica é no estudo da progressão geométrica. Segundo Andrade (2020), em seu livro *Grandezas, Sequências e Matemática Financeira*, é comum que os discentes apresentem dificuldades em compreender a distinção entre a soma finita e a infinita em progressões geométricas. A autora destaca que o conceito de limite é fundamental na aplicação de somas infinitas, pois, diferentemente das somas finitas, em que somamos um número determinado de termos, na soma infinita buscamos o valor para o qual a sequência tende conforme o número de termos cresce indefinidamente. Essa diferença é crucial para uma compreensão mais profunda das progressões geométricas e suas aplicações em diversos contextos, como na matemática financeira.

Sabemos que a soma da progressão geométrica finita é representada pela fórmula:

$$S_n = a_1 \cdot (q^n - 1) / (q - 1)$$

A fórmula da soma de uma progressão geométrica infinita é obtida como o limite da soma de uma progressão geométrica finita, à medida que o número de termos tende ao infinito.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_1 \cdot (q^n - 1) / (q - 1)$$

$$n \rightarrow \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_1 \cdot (-1) / (q - 1) = a_1 / (1 - q)$$

$$n \rightarrow \infty$$

Portanto, mostramos mais uma aplicação simples do estudo do cálculo no ensino médio.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados confirmaram a eficiência da aplicação da derivada em funções do segundo grau, em problemas de física e progressão geométrica, demonstrando sua superioridade em termos de rapidez e precisão em comparação com os métodos tradicionais ensinados no ensino médio. No cálculo dos vértices das funções quadráticas e progressão geométrica, a derivada simplificou o processo, enquanto, na física, foi essencial para calcular a velocidade e a aceleração a partir das funções de espaço e tempo.

Essas análises mostraram que a derivada não apenas otimiza a resolução de problemas matemáticos, mas também facilita a compreensão de fenômenos físicos, reforçando a importância de sua introdução no ensino



médio para aprimorar o raciocínio analítico dos alunos.

CONCLUSÕES

Este trabalho destacou a importância da introdução da derivada como uma ferramenta eficaz para o aprendizado dos alunos. Além de facilitar a compreensão de conceitos matemáticos e físicos, a derivada estimula o raciocínio lógico e a capacidade de resolução de problemas. “O cálculo diferencial, e em particular o conceito de derivada, revela uma realidade subjacente: que o movimento e a mudança não são entidades discretas, mas contínuas” ressalta como o estudo da derivada oferece uma visão mais profunda da continuidade do mundo ao redor.

Para potencializar esse aprendizado, é fundamental incluir disciplinas eletivas que abordem a derivada e oferecê-las em horários flexíveis, como durante os intervalos de almoço. Aulas extras focadas na preparação para a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) também poderiam abordar o tema, incentivando o interesse dos alunos. Essa abordagem visa não apenas melhorar o desempenho acadêmico, mas também despertar um entendimento mais abrangente e filosófico, enriquecendo a formação dos estudantes nas ciências exatas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus pela oportunidade de participar e realizar este incrível projeto de bolsa. Expresso minha profunda gratidão aos meus familiares, amigos e professores, em especial à professora Kelma Gomes, que além de ser uma educadora excepcional, é uma amiga incrível. Obrigada, Kelma, pelo apoio incondicional ao longo desta trajetória; sua contribuição foi verdadeiramente excepcional. Manifesto também minha sincera gratidão ao professor Joserlan, que confiou em mim e me concedeu a honra de participar desta bolsa. Agradeço ainda à instituição de fomento CNPq, à UNILAB (Universidade Nacional de Lusofonia Afro-Brasileira) e à PROPPG, cujo apoio financeiro foi fundamental para a realização deste projeto. Por fim, dedico meus agradecimentos a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a conclusão deste estudo, incentivando meu crescimento pessoal e acadêmico.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Thais Marcelle. Grandezas, sequências e matemática financeira. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- ANDRADE, Thais Marcelle. Matemática interligada: funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- APOSTOL, Tom M. Cálculo. Rio de Janeiro: Editora Reverté, 1979.
- CAPEK, Milic. The Philosophical Impact of Contemporary Physics. Van Nostrand, 1961. p. 134.
- GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. Curso de cálculo 1: introdução à metodologia científica. 19. ed. Petrópolis: Vozes, 2006.



IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de matemática elementar: conjuntos e funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

LIMA, Elon Lages. Curso de análise - Volume 1. 14. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2013.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo César Pinto de; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Abel Costa. A matemática do ensino médio. Revista do Professor de Matemática, n. 44, p. 51, 2000.

MOTA, Janaina Oliveira. Derivadas no ensino médio: reflexões e propostas. 2014. 37 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, 2014.

SILVA, Eliseu do Nascimento. Uma introdução ao estudo das derivadas no ensino médio. 2016. 59 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), Mossoró, 2016.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS. Lições de cálculo para o estudo de integrais. Disponível em :
https://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20140602135101.pdf. Acesso em: 31 ago. 2024.