

EVOLUÇÃO DE CURVAS EM $\mathbb{R}^2$ PELA FUNÇÃO CURVATURA

Egina Lima Martins¹
João Francisco Da Silva Filho²
Rafael Jorge Pontes Diógenes³

RESUMO

O estudo da evolução de curvas planas, fechadas e simples analisa como o formato dos traços se altera ao longo do tempo, com a velocidade de contração sendo determinada pela sua curvatura. Na prática, o fluxo faz com que as regiões mais curvadas encolham mais rapidamente do que as partes mais planas, o que reduz o tamanho da curva e suaviza suas imperfeições geométricas. Um aspecto fundamental desse processo é que a taxa de variação da área delimitada pela curva permanece perfeitamente constante ao longo de todo o movimento, diminuindo exatamente a uma taxa de -2π . O trabalho estuda a evolução de curvas planas pelo fluxo pela curvatura e analisa, de maneira específica para as curvas fechadas, simples e estritamente convexas, o Teorema de Gage e Hamilton, no qual o fluxo preserva suas principais características geométricas. A metodologia compreendeu a revisão bibliográfica dos conceitos básicos de curvas em $\mathbb{R}^2$ e de suas evoluções, além do uso do software GeoGebra como ferramenta de visualização. Os resultados evidenciam como a teoria clássica de curvas em $\mathbb{R}^2$ fundamenta a compreensão do fluxo pela função curvatura. O estudo confirmou a hipótese de que a curvatura atua como agente de suavização geométrica e que a velocidade proporcional à curvatura faz o traço encolher progressivamente. Os teoremas de Gage e Hamilton (1986) e de Grayson (1987) validam essa dinâmica ao demonstrar que, independentemente de a curva ser inicialmente convexa ou não, o fluxo elimina imperfeições, torna a curva estritamente convexa e a faz colapsar a um ponto de forma perfeitamente circular e uniforme em tempo finito. Os autores agradecem à Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (Funcap) pelo financiamento da pesquisa titulada "Evolução de curvas em $\mathbb{R}^2$ pela função curvatura", executada entre 01/09/2025 e 30/09/2026, por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) e Tecnológica (Pibiti) da Unilab.

Apoio Financeiro: Funcap

Grande área do CNPq: Ciências Exatas e da Terra

Em que medida o meu trabalho contribui para “Diversidade, Inclusão e Transformação Social”? Contribui para a diversidade e inclusão à medida que leva o estudo de matemática pura para uma instituição voltada à interiorização do ensino superior e à integração internacional fortalecendo a formação de novos pesquisadores a partir do desenvolvimento do pensamento crítico, maturidade matemática e autonomia científica importantes ferramentas de Transformação Social.

Palavras-chave: Fluxo pela curvatura; Gage e Hamilton; Grayson; Geometria diferencial.

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Discente, emlma@aluno.unilab.edu.br¹

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Docente, joaofilho@unilab.edu.br²

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Docente, rafaeldiogenes@unilab.edu.br³